

Tablas para la resolución de límites

Suma de límites:

$$\lim b + c = b + c$$

$$\lim b + \infty = +\infty$$

$$\lim b - \infty = -\infty$$

$$\lim -\infty - \infty = -\infty$$

$$\lim +\infty - \infty = \text{Indet.}$$

Producto de límites:

$$\lim b \times c = bc$$

$$\lim b \times \infty = \infty \text{ (y el signo ...)}$$

$$\lim \infty \times \infty = \infty$$

$$\lim \text{acot} \times 0 = 0$$

$$\lim 0 \times \infty = \text{Indet.}$$

Cociente de límites:

$$\lim (b/c) = b/c$$

$$\lim \left(\frac{b}{\infty}\right) = 0$$

$$\lim \left(\frac{b}{0}\right) = \infty \text{ si } b \neq 0$$

$$\lim \left(\frac{\infty}{b}\right) = \infty$$

$$\lim \left(\frac{0}{0}\right) = \text{indet.}$$

$$\lim \left(\frac{\infty}{\infty}\right) = \text{indet.}$$

Funciones exponenciales y logarítmicas:

$$\lim e^a = e^a \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\lim e^{-\infty} = 0^+$$

$$\lim e^0 = 1$$

$$\lim e^{+\infty} = +\infty$$

$$\lim L(a) = L(a)$$

$$\lim L(0^+) = -\infty$$

$$\lim L(+\infty) = +\infty$$

Indeterminaciones:

$$\infty - \infty \quad ; \quad 0 \times \infty \quad ; \quad \frac{0}{0} \quad ; \quad \frac{\infty}{\infty} \quad ; \quad 1^\infty \quad ; \quad 0^0 \quad ; \quad \infty^0$$

El que un límite resulte indeterminado en primera instancia no significa que no tenga solución, sólo indica que sin más información de la función no podemos adelantar un resultado.

Algunas estrategias para resolver indeterminaciones:

Del tipo 0/0

- Si se produce por división de polinomios → Factorizamos con Ruffini
- Si se produce por otro tipo de función → Utilizamos infinitésimo equivalentes.

Del tipo ∞/∞

- Si las funciones son polinomios $\rightarrow$ resolvemos el límite con los monomios de mayor grado.
- Si se produce por funciones de distinto orden, comparamos sus órdenes.

Del tipo $\infty - \infty$

- Si tienen diferente orden, resolvemos el límite con el infinito de mayor orden.

Órdenes de infinitos (de menor a mayor)

$$L(f(x)) < \text{polinómicas} < e^{f(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} \text{si orden } f(x) > \text{orden } g(x) & \text{da } \infty \\ \text{si orden } f(x) < \text{orden } g(x) & \text{da } 0 \\ \text{si orden } f(x) = \text{orden } g(x) & \text{da un } b \neq 0 \end{cases}$$

Infinitésimos equivalentes ($\sim$ *significa equivalente*):

- $\lim e^{f(x)} - 1 \sim \lim f(x) \quad \text{si } f(x) \rightarrow 0$
- $\lim L(f(x)) \sim \lim f(x) - 1 \quad \text{si } f(x) \rightarrow 1$

Algunas propiedades importantes:

- $e^a - e^b = e^b(e^{a-b} - 1)$
- $L(a) - L(b) = L\left(\frac{a}{b}\right)$
- $L(a) + L(b) = L(a \cdot b)$